

TENTAMEN I STATISTIKENS GRUNDER 2

2010-10-27

Skrivtid: 9.00-14.00

Godkända hjälpmedel: Miniräknare, språklexikon

Tentamen består av fem uppgifter. För full poäng på en uppgift krävs tydliga, utförliga och väl motiverade lösningar.

OBS! Glöm inte att ange nödvändiga antaganden överallt.

Uppgift 1. (20 poäng)

En däcktillverkare har intresse av att uppskatta den genomsnittliga sträckan som den senaste modellens vinterdäck håller innan de slits ut. 6 slumpmässigt utvalda däck har testkörts tills de blivit utslitna med följande resultat i tusentals kilometer:

51.2 52.8 44.8 59.2 46.4 48.0

- a) Antag att $\sigma = 5.5$ och beräkna ett 95 %-igt konfidensintervall för den genomsnittliga sträckan som däcken håller.
- b) Hur stort urval skulle krävas för att längden av ett 95 %-igt konfidensintervall skulle bli högst 6 (tusen kilometer).

Uppgift 2. (20 poäng)

- a) År 2010 svarade 1430 st slumpmässigt utvalda svenskar på frågan: Anser Du att Sverige skall införa euron som valuta? Av dessa svarade 519 stycken ja. Beräkna ett 99 %-igt konfidensintervall för andelen svenskar som anser att Sverige skall införa euron.
- b) Vid folkomröstningen 2003 var andelen ja-röster 0.42. Den senaste tidens ekonomiska kriser i euroländerna antas ha påverkat den svenska opinionen. Testa om andelen svenskar som anser att Sverige skall införa euron har minskat.

Uppgift 3. (20 poäng)

I en urvalsundersökning frågade man 300 personer om hälsa och levnadsvanor. Uppgifter om deras rökvanor finns redovisade i tabellen nedan. Undersök med hjälp av dessa data om det finns någon skillnad i rökvanor mellan kvinnor och män. Genomför ett formellt hypotestest med signifikansnivån 5 % och ange vilka förutsättningar som gäller för testet.

	Rökvanor			
	Röker ej	1-5 cig/dag	6-15 cig/dag	mer än 15 cig/dag
Kvinnor	121	18	10	3
Män	123	3	17	5

Uppgift 4. (20 poäng)

En kedja med matbutiker undersöker inställningen till den nya sortens självbetjäningsskassor genom att tillfråga 802 slumpmässigt utvalda kunder. Av dessa har 424 angett att de föredrar traditionella kassor.

- a) Testa om proportionen som föredrar traditionella kassor är större än 50 % på signifikansnivån 10 %.
- b) Beräkna sannolikheten för typ II-fel för testet i a)-uppgiften om den sanna proportionen är 55%.

Uppgift 5. (20 poäng)

En viss myndighet har två avdelningar för att handlägga speciella ärenden. För att undersöka om det föreligger någon skillnad mellan avdelningarnas handläggningstider skickades åtta ärenden, betecknade med A, B,..., H, till båda avdelningarna och handläggningstiden mättes. Resultaten redovisas i tabellen nedan. Formulera hypoteser och pröva med ett lämpligt test om det föreligger någon skillnad i handläggningstid mellan avdelningarna. Använd signifikansnivån 5 % och ange testets förutsättningar.

Handläggningstid i minuter:

Ärende	A	B	C	D	E	F	G	H
Avd 1	10	18	9	27	8	10	8	12
Avd 2	9	20	9	29	7	12	7	12

Formler

Räkne regler för väntevärden och varianser där X och Y är stokastiska variabler, a , b och c är konstanter:

$$\begin{aligned}E(c) &= c \\E(cX) &= cE(X) \\E(c + X) &= c + E(X) \\E(aX + bY) &= aE(X) + bE(Y) \\V(c) &= 0 \\V(cX) &= c^2V(X) \\V(c + X) &= V(X) \\V(aX + bY) &= a^2V(X) + b^2V(Y) + 2abCov(X, Y)\end{aligned}$$

Väntevärde och varians för urvalsmedelvärdet $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ där alla $X_1, X_2, \dots, X_n$ är oberoende och har väntevärde μ och varians σ^2 :

$$\begin{aligned}E(\bar{X}) &= \mu \\V(\bar{X}) &= \frac{\sigma^2}{n}\end{aligned}$$

Ändlighetskorrektur:

$$\frac{N - n}{N - 1}$$

Testvariabler:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - D_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{m}}}$$

$$t = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - D_0}{\sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m}\right)}}, \quad \text{där } S_p^2 = \frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}$$

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}$$